SOAL UJIAN
SELEKSI CALON PESERTA OLIMPIADE SAINS NASIONAL 2019
TINGKAT KABUPATEN/KOTA

FISIKA

Waktu: 3 jam

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
DIREKTORAT PEMBINAAN SEKOLAH MENENGAH ATAS
TAHUN 2019

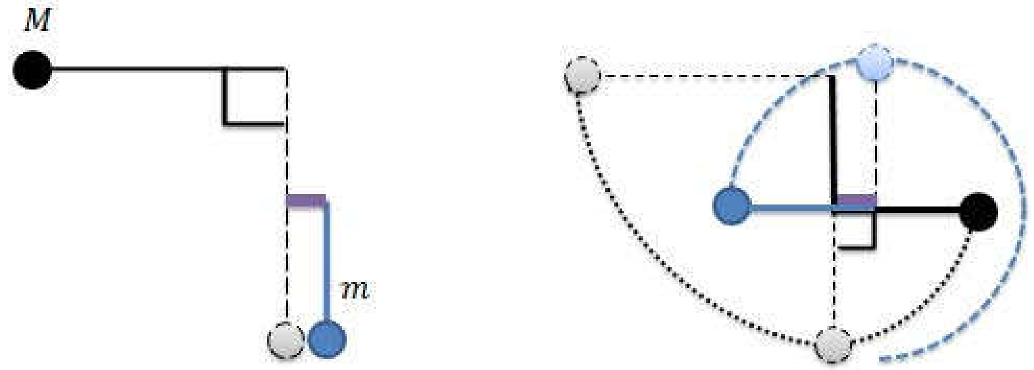
KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
DIREKTORAT PEMBINAAN SEKOLAH MENENGAH ATAS

Tes Seleksi OSN 2019 Bidang FISIKA

TINGKAT KABUPATEN/KOTA

Waktu: 3 Jam

1. (10 poin) Tinjau suatu sistim yang terdiri dari dua pendulum. Pendulum pertama bermassa M dengan panjang $2L$, dan pendulum kedua bermassa m dengan panjang L, seperti terlihat pada gambar di bawah. Pendulum pertama dilepas dari sudut 90° dan bertumbukan dengan pendulum kedua. Setelah tumbukan, pendulum pertama mencapai sudut 90°, sedangkan pendulum kedua berhasil berputar dengan lintasan berbentuk lingkaran penuh. Tentukan:
   a. koefisien restitusi, e dan
   b. perbandingan massa dari 2 pendulum ini, M/m!



Solusi:

a. Kecepatan sesaat sebelum tumbukan:

$$v_1 = \sqrt{4gL}, \text{ and } v_2 = 0. \qquad \textbf{(2 x 1 poin)}$$

Kecepatan sesaat setelah tumbukan adalah

$$v_1' = \sqrt{2gL}, \qquad \textbf{(1 poin)}$$

$$\frac{1}{2}m(v_2')^2 = \frac{1}{2}m(v_2'')^2 + mg2L \qquad \textbf{(2 x 1 poin)}$$

v_2'' adalah kecepatan ketika mencapai titik teratas. v_2'' bisa didapat dari syarat gaya sentripetal

$$\frac{m(v_2'')^2}{L} = mg, \qquad \textbf{(1 poin)}$$

$$v_2' = \sqrt{(v_2'')^2 + 4gL} = \sqrt{5gL}$$ (**1 poin**)

Koefisien restitusinya adalah

$$e = -\frac{v_1'-v_2'}{v_1-v_2} = \frac{\sqrt{5gL}-\sqrt{2gL}}{0-2\sqrt{gL}} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{2}.$$ (**1 poin**)

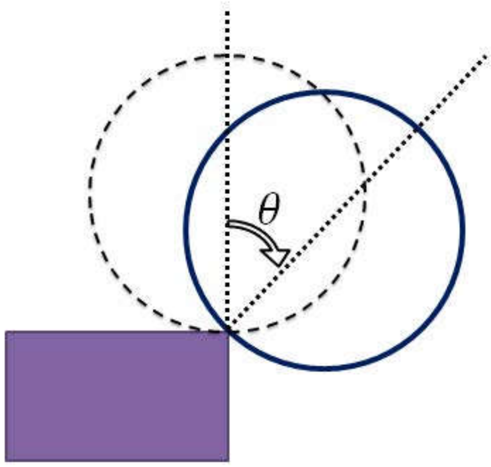
b. Perbandingan masanya bisa didapatkan dari kekelan momentum:

$$Mv_1 + mv_2 = Mv_1' + mv_2'$$ (**1 poin**)

$$\rightarrow \frac{M}{m} = -\frac{v_2'-v_2}{v_1'-v_1} = -\frac{\sqrt{5gL}-0}{\sqrt{2gL}-2\sqrt{gL}} = \frac{\sqrt{5}}{2-\sqrt{2}}$$ (**1 poin**)

2. (10 poin) Sebuah silinder berongga berjari-jari r bermassa m berada di pinggir meja. Jika silinder itu jatuh menggelinding dari keadaan diam kemudian lepas dari meja pada sudut θ. Tentukan:
   a. nilai θ tersebut dan
   b. kecepatan pusat massanya pada saat itu?

   Diketahui percepatan gravitasi g.



Solusi:

a. Hubungan antara θ dan kecepatan saat lepas v bisa dicari dengan kekekalan energi selama jatuh menggelinding: (momen inersia silinder berrongga adalah mr^2)

$$mgr(1-\cos\theta) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}(mr^2)\left(\frac{v}{r}\right)^2 = mv^2 \qquad (1) \qquad (\textbf{3 x 1 poin})$$

Gaya sentripetal ketika lepas adalah

$$\frac{mv^2}{r} = mg\cos\theta, \qquad (2) \qquad (\textbf{2 x 1 poin})$$

Dari pers. (1) dan (2) diperoleh:

$$1-\cos\theta = \cos\theta \qquad (3) \qquad (\textbf{2 x 1 poin})$$

Sehingga

$$\cos\theta = \frac{1}{2} \rightarrow \theta = 60° \text{ atau } \frac{\pi}{3} \qquad (4) \qquad (\textbf{1 poin})$$

b. Substitusi pers. (4) ke (2) diperoleh kecepatannya:

$$v = \sqrt{gr/2} \qquad (5) \qquad (\textbf{2 x 1 poin})$$

3. (15 poin) Empat buah mobil masing-masing A, B, C dan D melaju di jalan tol dua arah (Timur-Barat) dengan kecepatan konstan. Mobil A, mobil B dan mobil C bergerak ke timur, sedangkan mobil D bergerak ke barat. Diketahui:
   - Mobil A menyalip mobil B pada pukul 10.00.
   - Mobil A menyalip mobil C pada pukul 11.00.
   - Mobil A berada pada posisi yang sama dengan mobil D pada pukul 12.00.
   - Mobil B berada pada posisi yang sama dengan mobil D pada pukul 14.00.
   - Mobil C berada pada posisi yang sama dengan mobil D pada pukul 16.00.

   a. Tentukan kapan mobil B menyalip mobil C.

   b. Ketika suatu rentang waktu tertentu ditinjau dari timur ke barat, urutan mobil berturut-turut adalah A – D – B – C, tentukan kapan ketika mobil B berada tepat di tengah-tengah antara mobil D dan C.

Solusi:

a. Misalnya arah timur adalah arah positif. Kecepatan keempat mobil berturut-turut adalah v_A, v_B, v_C dan v_D. Jarak yang ditempuh oleh keempat mobil berturut-turut adalah x_A, x_B, x_C dan x_D. Persamaan gerak keempat mobil sebagai fungsi waktu *t* adalah

$$x_A = v_A t \quad (1)$$

$$x_B = v_B t \quad (2)$$

$$x_C = x_{0C} + v_C t \quad (3)$$

$$x_D = x_{0D} - v_D t \quad (4)$$

(total 1 poin)

dengan x_{0C} dan x_{0D} berturut-turut adalah posisi mobil C dan D saat *t* = 0. Disini, waktu *t* = 0 jam dihitung sejak mobil A menyalip mobil B pada pukul 10.00.

Pada pukul 11.00, nilai *t* = 1 maka

$$x_A = x_C$$

$$v_A = x_{0C} + v_C$$

$$v_A - v_C = x_{0C} \quad (5)$$

(total 1 poin)

Pada pukul 12.00, nilai *t* = 2 maka

$$x_A = x_D$$

$$2v_A = x_{0D} - 2v_D$$

$$v_A + v_D = \tfrac{1}{2} x_{0D} \quad (6)$$

(total 1 poin)

Pada pukul 14.00, nilai *t* = 4 maka

$$x_B = x_D$$

$$4v_B = x_{0D} - 4v_D$$

$$v_B + v_D = \tfrac{1}{4} x_{0D} \quad (7)$$

(total 1 poin)

Pada pukul 16.00, nilai *t* = 6 maka

$$x_C = x_D$$

$$x_{0C} + 6v_C = x_{0D} - 6v_D$$

$$v_C + v_D = \tfrac{1}{6}(x_{0D} - x_{0C}) \qquad (8) \qquad \textbf{(total 1 poin)}$$

Persamaan (6) dikurangi persamaan (5) menghasilkan

$$v_D + v_C = \tfrac{1}{2}x_{0D} - x_{0C} \qquad (9) \qquad \textbf{(1 poin)}$$

Dengan menyamakan persamaan (8) dan (9) diperoleh

$$\tfrac{1}{2}x_{0D} - x_{0C} = \tfrac{1}{6}(x_{0D} - x_{0C})$$

$$\tfrac{1}{3}x_{0D} = \tfrac{5}{6}x_{0C}$$

$$x_{0D} = \tfrac{5}{2}x_{0C} \qquad (10) \qquad \textbf{(total 1 poin)}$$

Persamaan (7) dikurangi (8) menghasilkan (gunakan persamaan (10))

$$v_B - v_C = \tfrac{1}{4}x_{0D} - \tfrac{1}{6}(x_{0D} - x_{0C}) = \tfrac{1}{12}x_{0D} + \tfrac{1}{6}x_{0C} = \tfrac{5}{24}x_{0C} + \tfrac{1}{6}x_{0C} = \tfrac{3}{8}x_{0C} \qquad (11)$$

(1 poin)

Pada waktu *t*, mobil B menyalip mobil C, maka (gunakan persamaan (11))

$$x_B = x_C$$

$$v_B t = x_{0C} + v_C t \qquad \textbf{(1 poin)}$$

$$t = \frac{x_{0C}}{v_B - v_C} = \frac{x_{0C}}{\tfrac{3}{8}x_{0C}} = \frac{8}{3} \text{ jam = 2 jam 20 menit.} \qquad \textbf{(1 poin)}$$

Jadi mobil B menyalip mobil C pada pukul 10.00 + 2 jam 20 menit = pukul 12.20 **(1 poin)**

b. Ketika mobil B berada tepat di tengah-tengah antara D dan C, maka

$$x_D - x_B = x_B - x_C \qquad \textbf{(1 poin)}$$

$$2x_B = x_D + x_C$$

$$2v_B t = x_{0D} - v_D t + x_{0C} + v_C t$$

$$t(v_B + v_D + v_B - v_C) = x_{0C} + x_{0D}$$

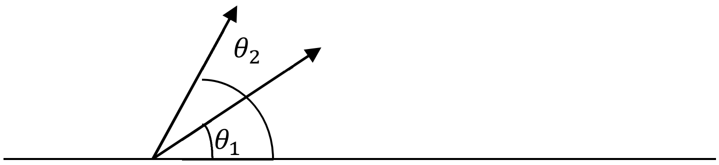
$$t = \frac{x_{0C} + x_{0D}}{v_B + v_D + v_B - v_C} \qquad \textbf{(1 poin)}$$

Dengan menggunakan persamaan (7), (10) dan (11) maka

$$t = \frac{x_{0C} + \tfrac{5}{2}x_{0C}}{\tfrac{1}{4}\cdot\tfrac{5}{2}x_{0C} + \tfrac{3}{8}x_{0C}} = \frac{7}{2} \text{ jam = 3 jam 30 menit.} \qquad \textbf{(1 poin)}$$

Mobil B berada tepat di tengah-tengah antara mobil D dan C pada:
pukul 10.00 + 3 jam 30 menit = pukul 13.30. **(1 poin)**

4. (15 poin) Dua buah benda awalnya berada di atas permukaan tanah pada posisi yang sama (anggap benda sebagai titik). Pada t = 0 kedua benda diberi kecepatan, berturut-turut, sebesar v_1 dan v_2. Kecepatan benda pertama memiliki sudut θ_1 terhadap sumbu horizontal dan kecepatan benda kedua memiliki sudut θ_2 terhadap sumbu horizontal seperti tampak pada gambar.
   a. Tentukan syarat untuk besar kecepatan dan sudut pelemparan kedua benda agar minimal kecepatan dari kedua benda pernah saling tegak lurus sekali!
   b. Jika kejadian kecepatan kedua benda tegak lurus terjadi sebanyak dua kali. Tentukan interval waktu antara dua kejadian tersebut!
   c. Tentukan perpindahan benda pertama dari kejadian pertama ke kejadian kedua!
   d. Tentukan perpindahan benda kedua dari kejadian pertama ke kejadian kedua!



Solusi:

Vektor kecepatan masing masing dapat dituliskan sebagai

$$\boldsymbol{v}_1 = v_1 \cos\theta_1\ \boldsymbol{i} + (v_1 \sin\theta_1 - gt)\boldsymbol{j} \qquad \textbf{(1 poin)}$$
$$\boldsymbol{v}_2 = v_2 \cos\theta_2\ \boldsymbol{i} + (v_2 \sin\theta_2 - gt)\boldsymbol{j} \qquad \textbf{(1 poin)}$$

a. syarat keduanya tegak lurus adalah $\boldsymbol{v}_1 \cdot \boldsymbol{v}_2 = 0$ sehingga

$$v_1 v_2(\cos\theta_1 \cos\theta_2 + \sin\theta_1\, v_2 \sin\theta_2) - (v_1 \sin\theta_1 + v_2 \sin\theta_2)gt' + g^2 t'^2 = 0 \qquad \textbf{(1 poin)}$$
$$\frac{v_1 v_2(\cos(\theta_2-\theta_1))}{g^2} - \frac{(v_1 \sin\theta_1 + v_2 \sin\theta_2)}{g} t' + t'^2 = 0 \qquad \textbf{(1 poin)}$$

Tampak bahwa dihasilkan persamaan kuadrat. Agar terjadi minimal satu kali kecepatan keduanya tegak lurus maka t' harus bersolusi sehingga harus terpenuhi syarat yaitu diskriminan D $\geq$ 0

$$\frac{(v_1 \sin\theta_1 + v_2 \sin\theta_2)^2}{g^2} - 4\frac{v_1 v_2(\cos(\theta_2-\theta_1))}{g^2} \geq 0 \qquad \textbf{(1 poin)}$$
$$\left(\frac{v_1 \sin\theta_1 + v_2 \sin\theta_2}{2}\right)^2 \geq v_1 v_2(\cos(\theta_2 - \theta_1)) \qquad \textbf{(1 poin)}$$

b. waktu kejadian adalah solusi dari persamaan kuadrat yang telah diberikan yaitu

$$t'_{1,2} = \frac{(v_1 \sin\theta_1 + v_2 \sin\theta_2)}{2g} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\frac{(v_1 \sin\theta_1 + v_2 \sin\theta_2)^2}{g^2} - 4\frac{v_1 v_2(\cos(\theta_2-\theta_1))}{g^2}} \qquad \textbf{(2 poin)}$$
$$t'_{1,2} = \frac{(v_1 \sin\theta_1 + v_2 \sin\theta_2)}{2g}\left(1 \pm \sqrt{1 - 4\frac{v_1 v_2(\cos(\theta_2-\theta_1))}{(v_1 \sin\theta_1 + v_2 \sin\theta_2)^2}}\right) \qquad \textbf{(1 poin)}$$
$$\Delta t' = \frac{(v_1 \sin\theta_1 + v_2 \sin\theta_2)}{g}\sqrt{1 - 4\frac{v_1 v_2(\cos(\theta_2-\theta_1))}{(v_1 \sin\theta_1 + v_2 \sin\theta_2)^2}} \qquad \textbf{(2 poin)}$$

Cara lain yang lebih singkat:

$$\Delta t = |t_2 - t_1| = \frac{\sqrt{D}}{a} \qquad \textbf{(2 poin)}$$

$$= \sqrt{\frac{(v_1 \sin\theta_1 + v_2 \sin\theta_2)^2}{g^2} - \frac{4(v_1 v_2 \cos(\theta_1 - \theta_2))}{g^2}}$$ (**1 poin**)

$$\Delta t = \frac{v_1 \sin\theta_1 + v_2 \sin\theta_2}{g} \sqrt{1 - \frac{4 v_1 v_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)}{(v_1 \sin\theta_1 + v_2 \sin\theta_2)^2}}$$ (**2 poin**)

c. perpindahan dari benda pertama sebagai fungsi waktu dapat dituliskan sebagai

$$\boldsymbol{r}_1 = v_1 \cos\theta_1\, t\, \boldsymbol{i} + \left(v_1 \sin\theta_1\, t - \frac{gt^2}{2}\right)\boldsymbol{j}$$ (**1 poin**)

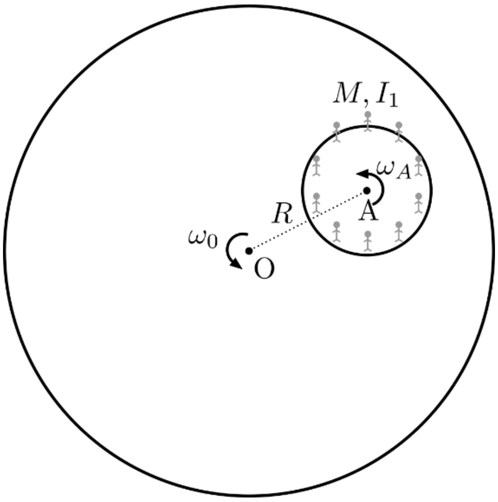
$$\Delta\boldsymbol{r}_1 = \boldsymbol{r}_1(t_2') - \boldsymbol{r}_1(t_1') = v_1 \cos\theta_1\, \Delta t' \boldsymbol{i} + \left(v_1 \sin\theta_1\, \Delta t' - \frac{g({t_2'}^2 - {t_1'}^2)}{2}\right)\boldsymbol{j}$$ (**1 poin**)

d. perpindahan dari benda kedua sebagai fungsi waktu dapat dituliskan sebagai

$$\boldsymbol{r}_2 = v_2 \cos\theta_2\, t\, \boldsymbol{i} + \left(v_2 \sin\theta_2\, t - \frac{gt^2}{2}\right)\boldsymbol{j}$$ (**1 poin**)

$$\Delta\boldsymbol{r}_2 = \boldsymbol{r}_2(t_2') - \boldsymbol{r}_2(t_1') = v_2 \cos\theta_2\, \Delta t' \boldsymbol{i} + \left(v_2 \sin\theta_2\, \Delta t' - \frac{g({t_2'}^2 - {t_1'}^2)}{2}\right)\boldsymbol{j}$$ (**1 poin**)

5. (13 poin) Pada suatu platform kerangka (bumi) yang berotasi pada sumbu O dengan kecepatan sudut ω_0, terdapat platform A yang porosnya berjarak R dari pusat kerangka O. Asumsikan platform A berputar tanpa gesekan pada porosnya. Di atas platform A, terdapat beberapa orang yang tersebar di pinggiran platform, sehingga memiliki massa total M (anggap pusat massa berada tepat di atas poros) dan momen inersia I_1. Pada awalnya, platform tersebut bergerak bersama dengan kerangka (bumi), sehingga $\omega_{A,O} = 0$ (tidak ada gerak relatif antara platform A terhadap kerangka O). Namun, jika ditinjau dari kerangka non-inersial (misalnya dari luar angkasa), platform tersebut berotasi dengan kecepatan sudut $\omega_{A,NI} = \omega_0$, dan juga berevolusi terhadap pusat kerangka O.



Layaknya partikel-partikel angin topan yang berputar dan bergerak menuju pusatnya (di mana tekanan lebih rendah), orang-orang tersebut bergerak menuju pusat platform A, sehingga momen inersia platform A berkurang menjadi I_2. Anggap pusat massa tidak berubah sepanjang perjalanan tersebut. Tentukan:

a. kecepatan sudut akhir platform A ($\omega'_{A,O}$) relatif terhadap kerangka (bumi)! Nyatakan jawaban Anda dalam M, R, I_1, I_2, dan ω_0. Apakah rotasinya searah atau berlawanan jarum jam?

b. energi yang harus dikeluarkan oleh orang-orang tersebut untuk mengubah momen inersia platform A dari I_1 menjadi I_2? Nyatakan jawaban Anda dalam M, R, I_1, I_2, dan ω_0.

Solusi:

<u>Bagian a</u>

Momentum sudut awal platform A (anggap pusat rotasi terletak di O):

$$L_A = M\omega_0 R^2 + I_1\omega_{A,NI} \qquad \textbf{(1 poin)}$$

Setelah pergerakan orang-orang tersebut, momentum sudut platform A berubah menjadi:

$$L'_A = M\omega_0 R^2 + I_2\omega'_{A,NI} \qquad \textbf{(1 poin)}$$

Karena tidak ada torka luar yang bekerja, momentum sudut konstan, sehingga:

$$L_A = L'_A \qquad \textbf{(1 poin)}$$

$$M\omega_0 R^2 + I_1\omega_{A,NI} = M\omega_0 R^2 + I_2\omega'_{A,NI}$$

$$\omega'_{A,NI} = \frac{I_1}{I_2}\omega_{A,NI} = \frac{I_1}{I_2}\omega_0 \qquad (1) \qquad \textbf{(1 poin)}$$

Relatif terhadap kerangka (bumi):

$$\omega'_{A,O} = \omega'_{A,NI} - \omega'_{O,NI} = \frac{I_1}{I_2}\omega_0 - \omega_0$$

$$\omega'_{A,O} = \left(\frac{I_1}{I_2} - 1\right)\omega_0 \qquad \textbf{(1 poin)}$$

Karena $I_1 > I_2$, maka $I_1/I_2 > 1$ dan $\omega'_{A,O} > 0$. Dengan demikian, platform A berputar berlawanan jarum jam, sesuai dengan prediksi efek Koriolis. **(2 poin)**

Bagian b

Energi rotasi platform A mula-mula:

$$E_A = \frac{1}{2}M(\omega_0 R)^2 + \frac{1}{2}I_1 {\omega_{A,NI}}^2$$ **(1 poin)**

Energi rotasi platform A setelah perubahan momen inersia:

$$E'_A = \frac{1}{2}M(\omega_0 R)^2 + \frac{1}{2}I_2 {\omega'_{A,NI}}^2$$ **(1 poin)**

Usaha yang dilakukan orang-orang tersebut adalah:

$$W = E'_A - E_A$$ **(1 poin)**

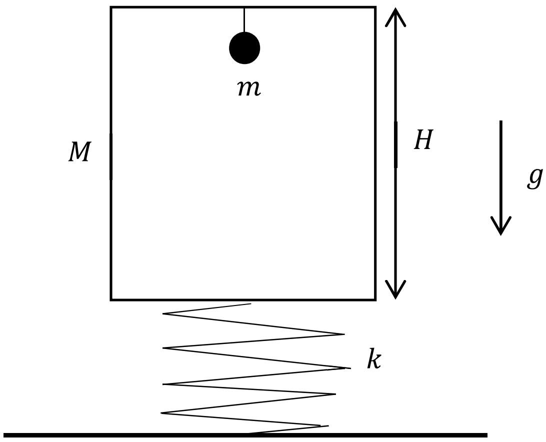
$$W = \frac{1}{2}I_2 {\omega'_{A,NI}}^2 - \frac{1}{2}I_1 {\omega_{A,NI}}^2$$ **(1 poin)**

Dengan menggunakan persamaan (1):

$$W = \frac{1}{2}I_2\left(\frac{I_1}{I_2}\omega_0\right)^2 - \frac{1}{2}I_1 {\omega_0}^2$$ **(1 poin)**

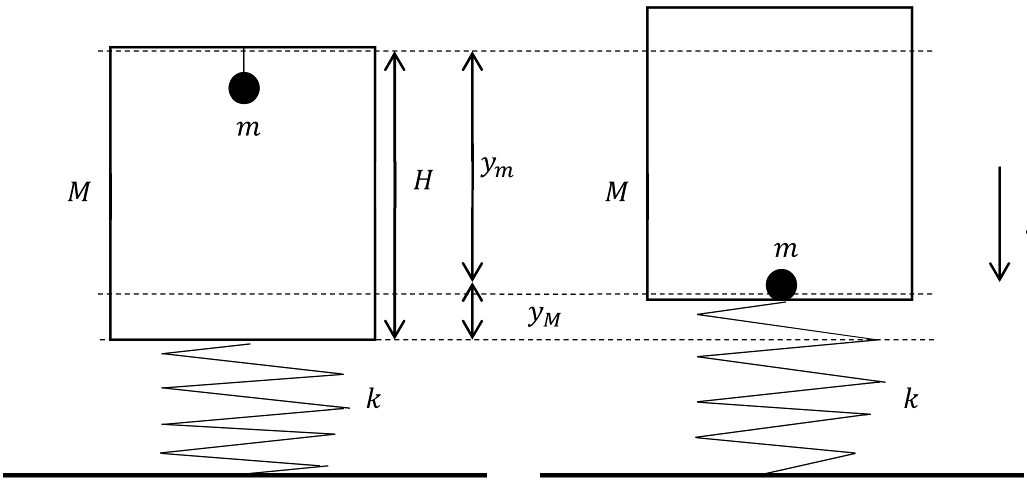
$$W = \frac{1}{2}\left(\frac{I_1}{I_2} - 1\right)I_1 {\omega_0}^2$$ **(1 poin)**

6. (12 poin) Sebuah benda kecil bermassa m digantungkan pada atap ruangan dengan panjang tali yang dapat diabaikan. Ruangan tersebut bermassa M dan memiliki tinggi H serta berada di atas sebuah pegas dengan konstanta pegas k. Sistem tersebut sedang berada dalam kondisi setimbang. Pada $t = 0$, tali penggantung dipotong sehingga benda m jatuh dengan percepatan g terhadap tanah. Asumsikan nilai M sangat besar. Tentukan waktu yang ditempuh benda m hingga menumbuk lantai ruangan. (Petunjuk: untuk nilai x kecil, maka $\cos x \approx 1 - x^2/2$).



Solusi:

Berikut adalah gambar kondisi awal dan kondisi akhir: (gambar **1 poin**)



Ketika benda m sudah tidak tergantung pada ruangan, kesetimbangan pegas bergeser ke atas sejauh:

$$\Delta y_p = \frac{mg}{k}$$ (**1 poin**)

Kemudian pegas akan bergerak harmonik sederhana dengan $\omega = \sqrt{k/M}$. (**1 poin**)

Gerakan tersebut dimulai dari amplitude bawah sebesar $A = \Delta y_p$ dengan persamaan:

$$y_p = -\frac{mg}{k}\cos(\omega t)$$ (**1 poin**)

Dengan y_p diukur dari posisi kesetimbangan yang baru. Jika diukur dari posisi mula-mula (kesetimbangan yang lama), maka perpindahannya:

$$y_M = \frac{mg}{k} - \frac{mg}{k}\cos(\omega t) = \frac{mg}{k}\left(1 - \cos\left(\sqrt{\frac{k}{M}}t\right)\right) \approx \frac{mg}{k}\left(\frac{1}{2}\frac{k}{M}t^2\right)$$

(**1 poin**) (**1 poin**) (**1 poin**)

Ketika tali dipotong, m bergerak jatuh bebas dengan perpindahan:

$$y_m = \frac{1}{2}gt^2$$ (**1 poin**)

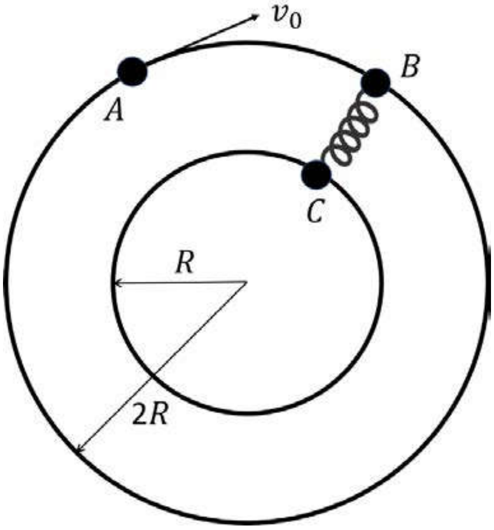
Dari gambar terlihat bahwa:

$$H = y_m + y_M = \frac{1}{2}gt^2 + \frac{mgt^2}{2M}$$ (**2 poin**)

Jadi

$$\boldsymbol{t} = \sqrt{\frac{\mathbf{2MH}}{(\boldsymbol{M+m})\boldsymbol{g}}}$$ (**2 poin**)

7. (12 poin) Tiga buah partikel A, B dan C yang bermassa sama m dapat meluncur sepanjang lintasan lingkaran licin pada bidang horizontal seperti pada gambar. Partikel B dan C terhubung oleh suatu pegas dengan tetapan pegas k dan panjang naturalnya adalah R. Pada awalnya sistem B dan C berada dalam keadaan diam di sepanjang garis radial dan partikel A bergerak dengan laju v_0. Jika koefisien restitusi tumbukan antara A dan B adalah e, tentukan panjang maksimum pegas selama gerakan.



Solusi:

Asumsikan A dan B bertumbukan di titik tertinggi dari lingkaran. Dari hukum kekekalan momentum linear,

$$mv_0 = mv_1{}' + mv_2{}' \qquad \textbf{(1 poin)}$$

Dan dari definisi koefisien restitusi

$$v_1' = v_2' - ev_0 \qquad \textbf{(1 poin)}$$

didapatkan kecepatan B setelah tumbukan adalah

$$v_2' = \frac{(1+e)}{2} v_0 \qquad \textbf{(1 poin)}$$

Misalkan θ_B dan θ_C masing-masing adalah posisi sudut partikel B dan C relatif terhadap garis vertikal yang melalui pusat bersama kedua lingkaran. Misalkan pula l adalah panjang dari pegas yang teregang. Maka kita dapatkan

$$l^2 = 5R^2 - 4R^2 \cos(\theta_B - \theta_C) \qquad \textbf{(2 x 1 poin)}$$

Jadi ketika pegas berekspansi maksimum, kita punya

$$\frac{dl^2}{dt} = 0 \Longrightarrow \omega_B = \omega_C \qquad \textbf{(2 x 1 poin)}$$

dengan ω menyatakan kecepatan sudut.

Karena lintasan licin, maka energi mekanik system B dan C kekal,

$$\frac{1}{2}m(v_2{}')^2 = \frac{1}{2}m(2R)^2(\omega_B)^2 + \frac{1}{2}m(R)^2(\omega_C)^2 + \frac{1}{2}k(l - R)^2 \qquad \textbf{(2 x 1 poin)}$$

dan karena tidak ada gaya eksternal pada arah singgung lintasan, maka momentum sudut system B dan C relatif terhadap pusat bersama juga kekal

$$mv_2'(2R) = m(2R)^2\omega_B + m(R)^2\omega_C$$ **(2 x 1 poin)**

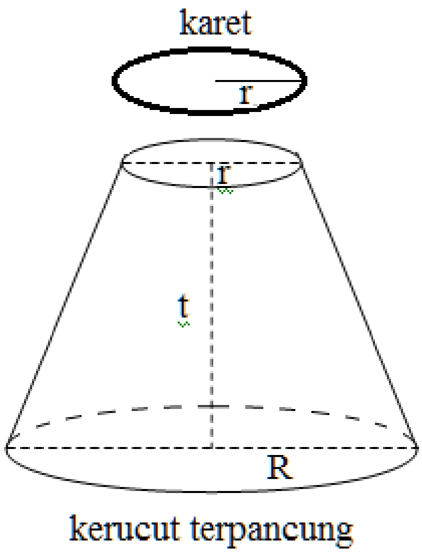
Dari kedua persamaan tersebut didapatkan

$$l = R + \frac{(1+e)}{2}v_0\sqrt{\frac{m}{5k}}$$ **(1 poin)**

8. (13 poin) Sebuah karet homogen memiliki massa *m* dan dapat dianggap seperti pegas yang memiliki konstanta elastisitas *k*. Ketika karet tersebut dalam kondisi tidak tertekan, karet tersebut berbentuk seperti cincin dengan jari-jari *r* (Abaikan ukuran penampang lintang karet). Selanjutnya karet tersebut ditempatkan secara horisontal pada permukaan licin suatu kerucut terpancung dengan jari-jari atas *r*, jari-jari bawah *R* > *r* dan tinggi kerucut *t*. Percepatan gravitasi g ke bawah. Tentukan:

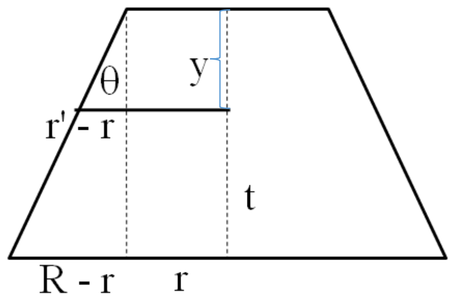
   a. pertambahan jari-jari karet dinyatakan dalam *m*, g, *k*, *r*, *R* dan *t*.

   b. tinggi karet dari alas kerucut.



Solusi:

a. <u>Cara pertama dengan metode gaya</u>.



Dari gambar di atas, maka

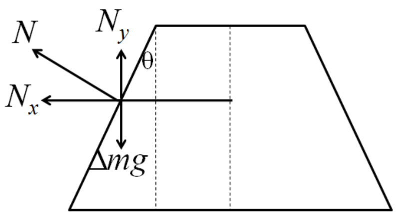
$$\tan\theta = \frac{R-r}{t} \qquad (1) \qquad \textbf{(1 poin)}$$

Misalnya setelah karet tersebut ditempatkan pada kerucut terpancung, jari-jarinya menjadi *r'*. Maka besar tegangan tali pada pegas karet adalah

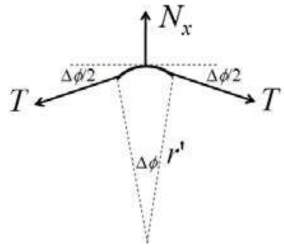
$$T = k\Delta s = k(2\pi r' - 2\pi r) = 2\pi k(r' - r) \qquad (2) \qquad \textbf{(2 x 1 poin)}$$

Tinjau elemen massa pada sudut azimuthal $\Delta\phi$ sebesar $\Delta m = m\Delta\phi/(2\pi)$ sehingga beratnya ke bawah adalah

$$g\Delta m = mg\Delta\phi/(2\pi) \qquad (3) \qquad \textbf{(2 x 1 poin)}$$



Ilustrasi gaya dilihat dari samping



Ilustrasi gaya dilihat dari atas

Gaya normal membentuk sudut θ terhadap garis horisontal, sehingga

$$\frac{N_y}{N_x} = \tan\theta \qquad (4) \qquad \textbf{(1 poin)}$$

Besar N_y sama dengan gaya berat elemen massa pada persamaan (3) sehingga

$$N_y = \frac{mg\Delta\phi}{2\pi} \qquad (5) \qquad \textbf{(1 poin)}$$

Sementara itu dari ilustrasi gaya yang dilihat dari atas

$$N_x = 2T\sin(\Delta\phi/2) \approx 2T\Delta\phi/2 = T\Delta\phi \qquad (6) \qquad \textbf{(1 poin)}$$

Sehingga dengan menggabungkan persamaan (1), (2), (4), (5) dan (6) diperoleh

$$\frac{R-r}{t} = \tan\theta = \frac{mg\Delta\phi/2\pi}{T\Delta\phi} = \frac{mg}{2\pi[2\pi k(r'-r)]} = \frac{mg}{4\pi^2 k(r'-r)} \qquad \textbf{(1 poin)}$$

Besar pertambahan jari-jari karet adalah

$$\Delta r = r'-r = \frac{mgt}{4\pi^2 k(R-r)} \qquad (7) \qquad \textbf{(2 poin)}$$

<u>Cara lain (kedua) dengan metode energi potensial</u>

Ketika jari-jari karet adalah *r'* maka karet turun dari puncak kerucut sejauh *y* ke bawah (dari alas tutup) yang memenuhi

$$\tan\theta = \frac{r'-r}{y} \qquad \textbf{(1 poin)}$$

$$y = \frac{r'-r}{R-r}t \qquad (8) \qquad \textbf{(1 poin)}$$

Energi potensial pegas adalah

$$U_{\text{pegas}} = \tfrac{1}{2}k(\Delta s)^2 = \tfrac{1}{2}k(2\pi r'-2\pi r)^2 = 2\pi^2 k(r'-r)^2 \qquad (9) \qquad \textbf{(2 x 1 poin)}$$

Energi potensial gravitasi dihitung dari puncak kerucut terpancung adalah

$$U_{\text{grav}} = -mgy = -mg\frac{r'-r}{R-r}t \qquad (10) \qquad \textbf{(2 x 1 poin)}$$

Total energi potensial adalah

$$U_{\text{tot}}(r') = 2\pi^2 k(r'-r)^2 - mg\frac{r'-r}{R-r}t \qquad (11) \qquad \textbf{(1 poin)}$$

Pada saat energi potensial bernilai minimum, maka

$$\frac{dU_{tot}}{dr'} = 4\pi^2 k(r'-r) - mg\frac{t}{R-r} = 0 \qquad (12) \qquad (\textbf{2 poin})$$

Besar perubahan jari-jari karet adalah

$$r'-r = \frac{mgt}{4\pi^2 k(R-r)} \qquad (13) \qquad (\textbf{2 poin})$$

b. Tinggi posisi karet dari alas kerucut terpancung adalah

$$t - y = t - \frac{r'-r}{R-r}t = t\left[1 - \frac{mgt}{4\pi^2 k(R-r)^2}\right] \qquad (14) \qquad (\textbf{2 poin})$$

***